**Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган**

**олимпиаданың муниципаль этабы җаваплары**

**2020-2021 нче уку елы**

**10 нчы сыйныф**

**Эш вакыты – 180 минут**

**Гомуми балл – 35**

1. Теләсә нинди натураль сан n булган очракта да n4 + 2n3 + 3n2 + 6 n + 4 -нең дүрткә бүленүен исбатлагыз.

***Чишелеш.***

4-кә бүленүче сан дүрт эзлекле натураль саннар тапырчыгышы(n - 1) n (n + 1) (n + 2) белән 4-кә бүленүче санның комбинациясен тәшкил итергә тиеш:

n4 + 2n3 + 3n2 + 6 n + 4 = (n + 1)(n3 + n2 + 2n + 4) →

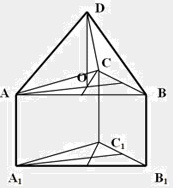
n3 + n2 + 2n + 4 = n3 + n2 - 2n + 4n + 4 = n(n2 + n – 2) + 4(n + 1)= (n – 1)n(n + 2) + 4(n + 1) →

n4 + 2n3 + 3n2 + 6 n + 4 = n(n + 1)(n – 1)(n + 2) + 4(n + 1)2 – 4 дүрткә бүленә торган сан, чөнки ике өлештән тора: беренчесе дүрт эзлекле натураль санар тапкырчыгышы (арада берсе дүрткә бүленә торган сан була) икенчесендә дүртле – тапкырлаучы сан, димэк бөтен сумма да дүрткә бүленә.

Җавап: Исбатлана.

**Тулы чишелеш – 7 балл**

2. Радиуслары R булган өч шар бер-берсенә тиеп торалар. Аларның өстендә шундый ук радиуслы дүртенче шар (астагыларның һәрберсенә кагылып) ята. Дүрт шардан торган "тауның" биеклеген табыгыз.

***Чишелеш*.**Бер-берсенә тиешеп торучы бер үк R радиуслы дүрт шарның A, B, C, D нокталарындагы үзәкләре кабыргасы 2R булган дөрес пирамиданы тәшкил итә. Астагы өч A1, B1, C1 нокталары – шарлар яткан яссылыкта. (рәсемне карагыз). Пирамиданың нигезе үзәгенә түбәсеннән биеклек DО төшерелә. АО=2/3(R√3) = 2R√3/3,  DO = √(4R2 – AO2) = √(4R2 – 4R2/3) = 2R√2/3. Дүрт шардан торган «тауның» биеклегее OD+2R=2R(√2/3 + 1)  
Җавап: 2R(√2/3 + 1).

**Тулы чишелеш – 7 балл**

3. Рәсем дәресенә килүче 23 укучы бала 6 төрле төстәге 39 карандаш алып килгәннәр. Һәркемдә кимендә бер карандаш булган. Ике балада карандашлар бер үк төстә икәнен исбатлагыз.

**Решение**. Берәр карандашлары булган балар санын x диеп алыйк. Ул чакта 23 − x баланың кимендә икешәр карандашы бар. Шуңа карандашларның гомуми саны x + 2 (23 − x) = 46 − x тан ким түгел. Димәк, 39 ≥ 46 − x, ягни x ≥ 7. Бу, кимендә җиде бала тик бер карандаш алып килгән дигән сүз, Төсләре алты гына булганга карандашларның икесе бер төстә була.

Җавап: Исбатлана.

**Тулы чишелеш – 7 балл**

4 Ахметшинарның өч баласы «Сабантуй»га ата-аналарына үз машиналары белән (яшел, кара һәм соры төсләр) ялга кайтканнар. Юл киемнәре дә шул ук өч төстә. Тимергалинең киемнәре һәм машинасы бер төстә. Марат яшел машинада була. Саниянең киемнәре дә, машинасы да кара булмаган. Әхмәтшиннар балаларының машиналары һәм киемнәре нинди төстә булган?

4. ***Чишелеш.***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Имя | Яшел кием | Кара кием | Соры кием | Машина |
| Тимергали | - | + | - | Кара |
| Сания | + | - |  | Соры |
| Марат |  |  | + | Яшел |

Җавап: Тимергалиның машинасы да, кием дә кара, у Василнең – яшел машина һәм соры кием, ә Саниянең – киеме яшел, машинасы соры.

**Тулы чишелеш – 7 балл**

5. Бирелгән тигезләмәләр системасын *х + уz = 41, ху + z = 40* бөтен саннар кулланып чишегез*.*

***Чишелеш***. Беренче тигезләмәдән икенчесен алсак, (х - z)(1 - у) = 1 була.

Шартлар буенча, х, у, z бөтен саннар булганга, ике очрак мөмкин:

1) *х– z = 1, 1 – у = 1*, ягъни *у = 0*;

табылган *у* -ны системага кертсәк , калган ике билгесезләр табыла: *x = 41, z = 40*.

2*) х –z = -1, 1 – у = - 1*, т. е. *z = х +1, у = 2*;

табылган *у* һәм *z* беренче тигезләмәгә кертелсэ, *2х + х +1 = 41* була, димәк *х = 13*. Шуннан соң инде *z билгеле була*  *z = 14*.

Җавап: *х = 41, у = 0, z = 40* һәм икенче чишелеш *х = 13, у = 2, z = 14*.

**Тулы чишелеш – 7 балл**